Baccalauréat professionnel

ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
Option : HORLOGERIE

Durée : 2 heures Coefficient : 2

E1- ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

Sous-épreuve B1 :

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.(Réf. C. n° 99-186 du 16-11-1999)

Ce sujet comprend 8 pages dont trois annexes et un formulaire de mathématiques.
Les annexes 1, 2 et 3 sont à remettre avec la copie.

Mathématiques (12 points)

Exercice 1 (8 points)

M. Hélios, horloger, passionné de cadrans solaires, veut déterminer l'allure de la courbe représentant l'équation du temps entre le 30 janvier et le 30 mars de l'année 2009 (année non bissextile).

Situé à Besançon, pour retrouver l'heure légale à partir de l'heure lue sur le cadran solaire, il doit tenir compte de la correction obtenue grâce à l'équation du temps.
La formule à appliquer est la suivante :

$$H = h + 1{,}6 + \frac{C}{60} \qquad \textbf{Relation (1)}$$

avec H : heure légale (en heure)
h : heure lue sur le cadran solaire (en heure)
C : correction obtenue sur l'équation du temps (en minutes) pour le jour donné.

1. Dans cette question, on va demander la correction C, le 31 Janvier. A cette date, M. Hélios fait un relevé : lorsqu'il est 13h00 min sur le cadran solaire, l'heure légale est 14 h 47 min.

   1.1. Montrer que 14 h 47 min peut s'écrire 14,78 h, en arrondissant la valeur au centième.

   1.2. A l'aide de **la relation (1)** et des relevés effectués par l'horloger**,** déterminer, en minute, la correction C obtenue sur l'équation du temps. Arrondir la valeur à l'unité.

2. La correction obtenue sur l'équation du temps est une fonction dépendante du jour de l'année. On note x le numéro du jour de l'année donné par le calendrier.

   <u>Exemple</u> : le 3 Février correspond au 34^{ème} jour donc x = 34

   Entre le 30 janvier et le 30 mars, on peut modéliser cette correction par la fonction f définie sur [30 ; 90] par :

   $$f(x) = -0{,}01x^2 + x - 10$$

   2.1. Déterminer $f(31)$. Donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie à l'unité.

   2.2. Expliquer pourquoi on retrouve le résultat de la question 1.2.

3. On veut déterminer entre le 30 janvier et le 30 mars le jour pour lequel il n'est pas nécessaire d'effectuer une correction. Cela revient à résoudre sur l'intervalle [30 ; 90] l'équation du second degré :

   $$-0{,}01x^2 + x - 10 = 0$$

   Résoudre cette équation en arrondissant les solutions à l'unité puis préciser la date de l'année pour laquelle la correction est nulle.

4. On note f' la dérivée de la fonction f.

   4.1. Calculer $f'(x)$.

   4.2. Résoudre $f'(x) = 0$ sur [30 ; 90].

4.3. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe 1 page 5/8**.

4.4. Déduire de la question précédente, le jour de l'année où la correction est maximale sur l'intervalle considéré.

4.5. Compléter le tableau de valeurs sur **l'annexe 1**.

4.6. Tracer dans le repère de **l'annexe 1**, la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle [30 ; 90]

5. M. Hélios considère que l'on peut négliger la correction si elle n'excède pas cinq minutes ; cela revient à résoudre l'inéquation $f(x) \leq 5$.

5.1. Repasser en gras sur l'axe des abscisses du repère de **l'annexe 1**, l'intervalle représentant les solutions de cette inéquation.

5.2. Entre le 30 janvier et le 30 mars, préciser les jours où l'horloger peut négliger la correction due à l'équation du temps.

Exercice 2 (4 points)

M. Hélios envisage de reprendre un atelier spécialisé dans la fabrication de cadran solaire.
Il décide de réaliser une étude prévisionnelle du chiffre d'affaire de l'atelier.
Le chiffre d'affaire, en centaine d'euros, des dernières années est donné dans le tableau ci-dessous.

année	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire y_i (en centaine d' €)	767	779	794	812	827	836

1. Représenter l'évolution du chiffre d'affaire par un nuage de points (x_i ; y_i) dans le repère de **l'annexe 2 page 6/8**.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Arrondir les valeurs au dixième.

3. Placer sur le repère de **l'annexe 2** le point A de coordonnées (1 ; 765) et le point G puis tracer la droite (AG).

4. On considère que la droite (AG) est une droite d'ajustement de ce nuage de points. Montrer qu'une équation de la droite (AG) peut s'écrire sous la forme $y = 15x + 750$.

5. On suppose que l'évolution du chiffre d'affaires se poursuit suivant ce modèle pendant quelques années. L'horloger considère qu'il est rentable de reprendre cet atelier s'il peut espérer faire un chiffre d'affaire supérieur à 85 000 euros en 2012.
Préciser s'il est judicieux pour M. Hélios de reprendre l'atelier. Justifier la réponse.

Sciences (8 points)

Exercice 3 (4 points)

Pour fixer les cadrans solaires sur les façades, M. Hélios utilise un chariot élévateur commandé par un moteur électrique ayant un rendement $\eta = 0,7$.
Le moteur du chariot élévateur a une puissance électrique de 1,5 kW.

1. Calculer, en watt, la puissance utile de ce moteur.

2. Calculer, en joule, l'énergie électrique absorbée par le moteur si le déplacement s'effectue en 8 secondes. Convertir ce résultat en Wh.

3. En voulant fixer un cadran solaire de masse m = 5 kg, M. Hélios le lâche par inadvertance d'une hauteur de 3 m.

   3.1. Calculer, en newton, le poids du cadran solaire. On prendra g = 9,8 N/kg.
   3.2. Calculer, en joule, le travail du poids lors de la chute jusqu'au sol.
   3.3. On considère qu'au cours de cette chute, seul le travail du poids est pris en compte. Ce travail est de 147 Joules. Déterminer, en utilisant le théorème de l'énergie cinétique, la vitesse, en m/s à laquelle le cadran solaire touche le sol. Arrondir la valeur au dixième.

Formulaire : 1 Wh = 3 600 J ; $\eta = \frac{P_u}{P_a}$ avec η : rendement ; $\frac{1}{2} m v_f^{\,2} - \frac{1}{2} m v_i^{\,2} = \sum W(\vec{F})$

P_u : énergie utile
P_a : énergie absorbée

Exercice 4 (4 points)

1. Par électrolyse, l'horloger veut recouvrir d'argent fin le gnomon du cadran solaire, sur une épaisseur de 0,1 mm. Le gnomon est assimilé à un cylindre droit dont l'aire de la surface à recouvrir est 132 cm²

   1.1. Nommer l'oxydant et le réducteur du couple Ag^+/Ag

   1.2. Sur **l'annexe 3 page 7/8,** cocher la ou les bonnes réponses.

2. L'horloger aimerait déterminer le temps qu'il faut laisser le gnomon dans le bain électrolytique. Pour réaliser cette expérience, l'horloger utilise un courant d'intensité 1,2 A et de l'argent fin de masse volumique 10,5 g/cm^3

   2.1. Calculer, en cm^3, le volume d'argent à déposer sur le gnomon. Arrondir la valeur au dixième.

   2.2. Calculer, en gramme, la masse d'argent à déposer sur le gnomon.

3. Pour une masse m = 14 g à déposer sur le gnomon, calculer, en seconde, à l'aide de la relation dessous, la durée d'électrolyse. Convertir le résultat en minute en arrondissant à l'unité.

$m = 0{,}001 \times I \times \Delta t$ Avec Δt : durée de l'électrolyse (en seconde)
m : masse (en gramme)
I : Intensité du courant (en Ampère)

Annexe 1 à rendre avec la copie

Exercice 1, question 4.3

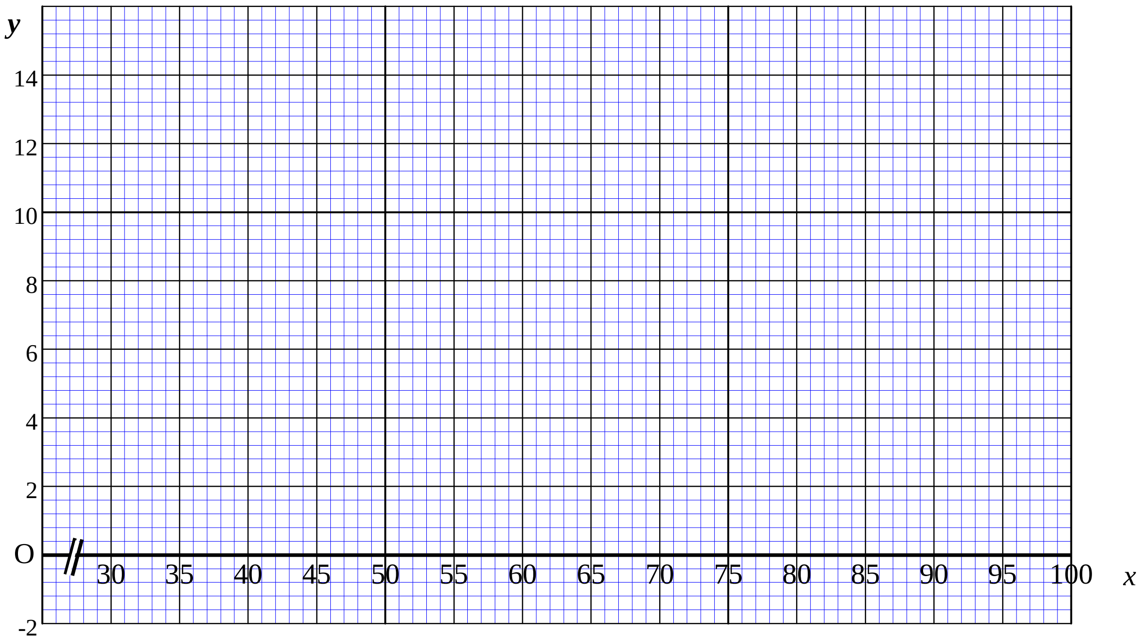
x	30 ….. 90
Signe de $f'(x)$	…….. 0 ……..
Variation de f	

Exercice 1, question 4.6

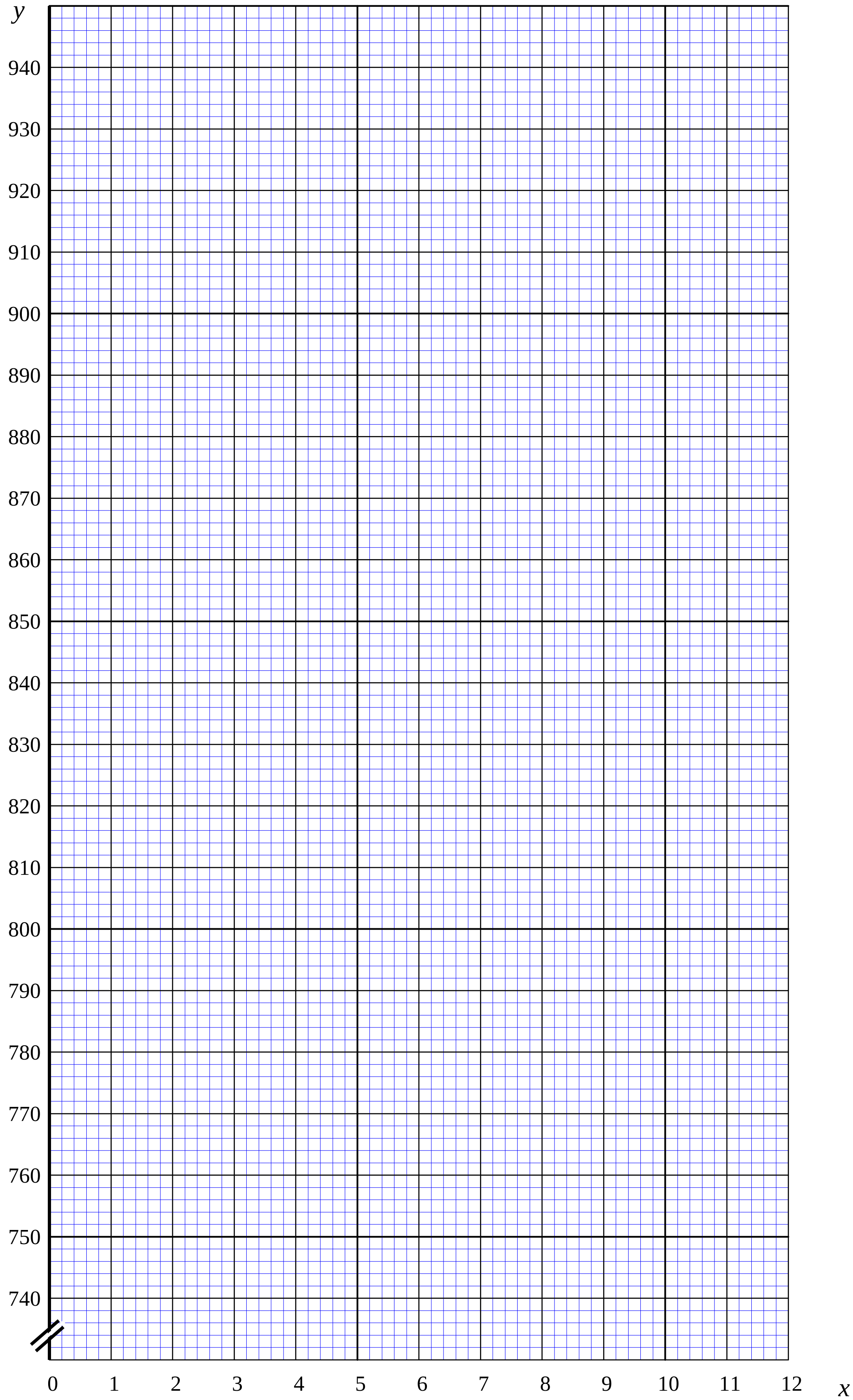
Tableau de valeurs arrondies au dixième.

x	30	40	45	50	55	60	70	80	90
$f(x)$	11		14,8		14,8	14		6	-1

Exercice 1, questions 4.7 et 5.1



Exercice 2, questions 1 et 3.



Annexe 3 à rendre avec la copie

Exercice 4, question 1.2.

L'équation chimique de la réaction entrainant le dépôt d'argent s'écrit :

$Ag^{+} \longrightarrow Ag + e^{+}$

$Ag^{+} + e^{-} \longrightarrow Ag$

$Ag^{+} \longrightarrow Ag + e^{-}$

$Ag \longrightarrow Ag^{+} + e^{-}$

La réaction chimique entraînant le dépôt d'argent sur le gnomon est :

une réduction

une oxydation

FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Horlogerie

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

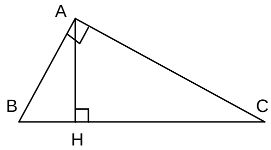
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}$ BC $\sin \widehat{A}$ $\quad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$: $\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \times \cos(\widehat{\vec{v}, \vec{v}'})$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$